

第三次习题课

离散数学

习题课内容

- **作业讲解**
 - 谓词逻辑
 - 霍尔逻辑
- **Q & A**
 - 作业 & Lab

谓词逻辑

谓词逻辑合式公式

未回答

问题 1

0 / 20 分

在谓词逻辑中, 如果 A, B 是合式公式, 则 $(A \wedge B), (A \vee B), (A \rightarrow B), (A \leftrightarrow B)$ 也一定是合式公式。

☐ True

正确答案

☐ False

(3) 如果 A, B 是合式公式, 而无变元 x 在 A, B 的一个中是约束的而在另一个中是自由的, 则 $(A \wedge B), (A \vee B), (A \rightarrow B), (A \leftrightarrow B)$ 也是合式公式(最外层括号可省略)。

谓词逻辑合式公式

未回答

问题 7

0 / 10 分

以下哪些公式是合式公式

正确答案

☐ $(\forall x)P(x, y) \wedge Q(z)$

☐ $(\forall x)(P(x) \leftrightarrow Q(x)) \wedge (\exists x)R(x) \wedge S(x)$

☐ $(\forall x)(P(x) \wedge R(x)) \rightarrow ((\forall x)P(x) \wedge Q(x))$

☐ $(\exists x)((\forall y)P(y) \rightarrow Q(x, y))$

正确答案

☐ $(\exists x)(\exists y)(P(x, y, z) \rightarrow S(u, v))$

Skolem标准形

未回答

问题 3

0 / 20 分

谓词逻辑的任一公式都可以化为相应的Skolem标准形（只保留全称量词的前束形），且可满足性等价。

正确答案

☐ True

☐ False

可满足性等价 $\Leftrightarrow$ 不可满足性等价

Skolem标准形

未回答

问题 9

0 / 10 分

$(\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)Q(x, y)) \vee (\forall z)R(z)$ 的Skolem 标准形是

☒ $(\forall x)(\forall z)(\neg P(x) \vee Q(x, f(x, z)) \vee R(z))$

正确答案

☐ 这些都不对

☐ $(\forall z)(\neg P(a) \vee Q(a, b) \vee R(z))$

☐ $(\forall x)(\forall z)(\neg P(x) \vee Q(x, a) \vee R(z))$

Skolem标准形

$$\begin{aligned} & (\forall x)(P(x) \rightarrow (\exists y)Q(x, y)) \vee (\forall z)R(z) \\ &= (\forall x)(\neg P(x) \vee (\exists y)Q(x, y)) \vee (\forall z)R(z) \\ &= (\forall x)(\exists y)(\forall z)(\neg P(x) \vee Q(x, y) \vee R(z)) \end{aligned}$$



仅保留全称量词

$$(\forall x)(\forall z)(\neg P(x) \vee Q(x, f(x)) \vee R(z))$$

或者

$$(\forall z)(\forall x)(\neg P(x) \vee Q(x, f(x, z)) \vee R(z))$$

答案不唯一

等值式

未回答

问题 3

0 / 10 分

(多选题) 下面的公式中, 正确的有 ()。

正确回答

☐ $\neg(\exists x)(\exists y)(P(x) \wedge P(y) \wedge Q(x) \wedge Q(y) \wedge R(x, y))$
 $= (\forall x)(\forall y)((P(x) \wedge P(y) \wedge Q(x) \wedge Q(y)) \rightarrow \neg R(x, y))$

正确回答

☐ $(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x)) = (\forall x)P(x) \rightarrow (\exists x)Q(x)$

☐ $(\forall y)(\exists x)((P(x) \rightarrow q) \vee S(y)) = ((\exists x)P(x) \rightarrow q) \vee (\forall y)S(y)$

正确回答

☐ $(\exists x)P(x) \rightarrow (\forall x)Q(x) \Rightarrow (\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$

$$\begin{aligned} & (\forall y)(\exists x)((P(x) \rightarrow q) \vee S(y)) \\ &= (\exists x)(P(x) \rightarrow q) \vee (\forall y)S(y) \\ &= (\exists x)(\neg P(x) \vee q) \vee (\forall y)S(y) \\ &= \neg(\forall x)P(x) \vee q \vee (\forall y)S(y) \\ &= ((\forall x)P(x) \rightarrow q) \vee (\forall y)S(y) \end{aligned}$$

证明

未回答

问题 5

0 / 10 分

(多选题) 使用推理规则法证明 $(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)\neg Q(x) \Rightarrow P(a)$ 时,

正确答案

☐ 必须使用分离规则 (假言推理)

正确答案

☐ 至少使用两次全称量词消去规则

☐ 必须使用存在量词消去规则

☐ 必须使用三段论

证明

$$(\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x)\neg Q(x) \Rightarrow P(a)$$

$$\textcircled{1} (\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x))$$

$$\textcircled{2} (\forall x)\neg Q(x)$$

$$\textcircled{3} \neg P(x) \rightarrow Q(x)$$

$$\textcircled{4} \neg Q(x)$$

$$\textcircled{5} \neg Q(x) \rightarrow P(x)$$

$$\textcircled{6} P(x)$$

$$\textcircled{7} (\forall x)P(x)$$

$$\textcircled{8} P(a)$$

前提

前提

① 全称量词消去

② 全称量词消去

③ 置换

④⑤ 分离

⑥ 全称量词引入

⑦ 全称量词消去

请务必按照格式进行推理！！！！



霍尔逻辑

命题强弱

未回答

问题 2

0 / 20 分

按照课件上对谓词逻辑公式之间强弱关系的定义，T是最强的谓词逻辑公式。

☐ True

正确答案

☐ False

如果 $P1 \rightarrow P2$ 成立，那么就说 $P1$ 比 $P2$ 强， $P2$ 比 $P1$ 弱。

F才是最强的谓词逻辑公式

Partial Correctness

问题 1

10 分

霍尔三元组 $\{a = 1\} \text{while}(a \neq 0) \text{skip} \{a = 0\}$ 成立。

☐ True

☐ False

注意，这里讲的霍尔逻辑只能保证 **partial correctness**，意思是如果 $\{P\}C\{Q\}$ 成立，也不能保证程序 C 必定终止。

霍尔三元组只是定义如果程序能终止，那么程序会实现什么功能。也就是说，对任意的 P 和 Q ， $\{P\} \text{while}(1); \{Q\}$ 都成立，因为 $\text{while}(1)$ ；根本不能终止。

证明

$$\{b > 3\} a := 2 * b; a := a - b \{a \geq 4\}$$

Proof.

$$(1) \{a - b \geq 4\} a := a - b \{a \geq 4\}$$

$$(2) \{2 * b - b \geq 4\} a := 2 * b \{a - b \geq 4\}$$

$$(3) b > 3 \rightarrow 2 * b - b \geq 4$$

$$(4) \{b > 3\} a := 2 * b \{a - b \geq 4\}$$

$$(5) \{b > 3\} a := 2 * b; a := a - b \{a \geq 4\}$$

AS

AS

predicate logic

SP(2)(3)

SC(1)(4)

请务必按照格式进行推理！！！！



Lab2

- **实现一个MiniSEE**
- **TODO**
 - 阅读文档和观看Lab2.mp4
 - 实现三个函数
 - mystoi
 - copy_exp_tree
 - analyze_if
 - 运行 make run测试正确性
 - make handin并提交至canvas

DDL 12.9

Lab3

- 利用Dafny验证程序

- TODO

- 阅读文档和[Dafny教程](#)
- 编写合适的precondition & predicate
- 运行 make method[1,2,3] 测试正确性
- make handin并提交至canvas

DDL 12.28

Q & A